Logik

Notation: $\overline{A} = \neg A$

4.1 Erstellen Sie eine Wahrheitstabelle für den Term:

$$Y = \overline{B} \wedge ((\overline{C} \vee A) \wedge (\overline{C} \vee B)) \vee C.$$

Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich durch Anwendung von Axiomen und Theoremen der Boole'schen Algebra (nennen Sie jedes, das Sie benutzen!).

Verifizieren Sie Ihr Ergebnis anhand der Wahrheitstabelle.

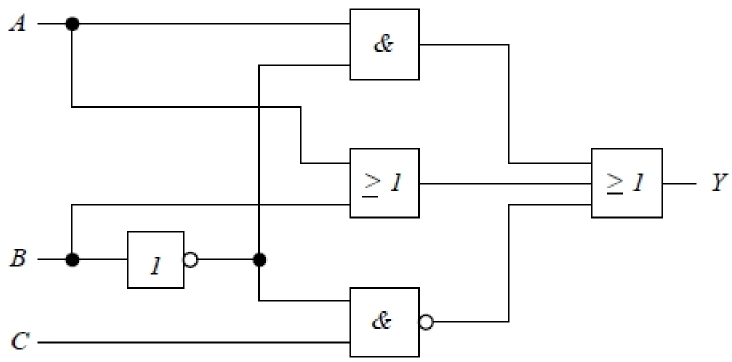
Wandeln Sie den Term in eine äquivalente Mengenverknüpfung um und lösen Sie das Beispiel mittels Venn-Diagrammen. ◁

4.2 Vereinfachen Sie folgenden Boole'schen Ausdruck soweit wie möglich durch Anwendung von Axiomen und Theoremen der Boole'schen Algebra (nennen Sie jedes, das Sie benutzen!):

$$Y = \overline{((\overline{A} \vee \overline{C}) \wedge \overline{(A \wedge \overline{C})})} \wedge (A \wedge (A \vee B)).$$

Wandeln Sie den Ausdruck in eine äquivalente Mengenverknüpfung um und lösen Sie das Beispiel mittels Venn-Diagrammen. ◁

4.3 Geben Sie die Boole'sche Funktion $Y = f(A, B, C)$ für die folgende Schaltung an. Vereinfachen Sie diese soweit wie möglich durch algebraische Umformungen (=Anwendung von Axiomen und Theoremen der Boole'schen Algebra):



Überprüfen Sie die Vereinfachungen wiederum durch Venn-Diagramme. ◁

4.4 Setzen Sie die Boole'sche Funktion

$$Y = (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B)$$

in ein Schaltnetz um:

a) aus UND, ODER und NICHT-Gattern
b) aus NOR und NICHT-Gattern
c) aus NAND-Gattern

◁

4.5 Zeigen Sie, dass $Y = P \vee \overline{(P \wedge Q)}$ eine Tautologie ist.
Verwenden Sie hierfür:

a) eine Wahrheitstabelle
b) Boole'sche Algebra
c) Venn-Diagramme.

◁

4.6 Zeigen Sie, dass $Y = (P \wedge Q) \wedge \overline{(P \vee Q)}$ kontradiktorisch ist.
Verwenden Sie hierfür:

a) eine Wahrheitstabelle
b) Boole'sche Algebra
c) Venn-Diagramme.

◁

4.7 Die logische Verknüpfung der Subjunktion $P \rightarrow Q$ ("aus P folgt Q") ist logisch äquivalent zu $\overline{P} \vee Q$.
Zeigen Sie, dass $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \wedge Q)$ logisch äquivalent zu P ist. ◁

4.8 Der logische Schluss $P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$ ist genau dann korrekt, wenn sich aus dem Erfülltsein aller Prämissen $P_1, P_2, \dots, P_n$ das Erfülltsein der Konklusion Q ergibt.
Ist der logische Schluss $\overline{P} \to Q, P \vdash \overline{Q}$ korrekt? $\triangleleft$

4.9 Ist der logische Schluss $P \to \overline{Q}, R \to Q, R \vdash \overline{P}$ korrekt? $\triangleleft$

4.10 Überprüfen Sie die Gültigkeit des Schlusses:

Regnet es, so ist Erich krank.
Es hat nicht geregnet.
$\vdash$ Erich war nicht krank. $\triangleleft$

4.11 Überprüfen Sie die Gültigkeit des Schlusses:

Regnet es, so ist Erich krank.
Erich war nicht krank.
$\vdash$ Es hat nicht geregnet. $\triangleleft$

4.12 Überprüfen Sie die Gültigkeit des Schlusses:

Liebe ich Mathematik, so studiere ich.
Ich studiere oder mache kein Examen.
$\vdash$ Mache ich kein Examen, so liebe ich nicht Mathematik. $\triangleleft$

4.13 Überprüfen Sie die Gültigkeit des Schlusses:

Studiere ich, so falle ich nicht in Mathematik durch.
Spiele ich nicht Fußball, so studiere ich.
Ich bin in Mathematik durchgefallen.
$\vdash$ Daher habe ich Fußball gespielt. $\triangleleft$