Blatt 4

Diskret:

- Erwartungswert $E(X)$ einer ZV X mit den Werten x_i und zugehörigen Wahrscheinlichkeiten p_i

  $E(x) = \sum_i x_i p_i$

  Statt $E(X)$ wird auch μ bzw. μ_X geschrieben
- Unterschied μ and $\bar{x}$. $\bar{x}$ wird aus Daten berechnet, die bei Durchführung eines Zufallsexperiment gewonnen wurden; μ wird aus Verteilung berechnet ohne ein Experiment durchzuführen
- $g(x)$ reelle Funktion, $Y = g(X) \Rightarrow E(Y) = E(g(X))$

  $= \sum_i g(x_i) p_i$ $\Leftarrow$ bekannte $E(X)$ können genutzt werden
- $Y = ax + b \Rightarrow E(Y) = a E(x) + b$

- $X_1, \dots, X_n$ ZV, $a_1, \dots, a_n$ Konstanten $\Rightarrow E(a_1 X_1 + \dots + a_n X_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i E(X_i)$
- X, Y unabhängige ZV $\Rightarrow E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$

- Varianz von X ist $Var(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 p_i$
- Standardabweichung von X ist $\sigma = +\sqrt{Var(X)}$
- Varianz kann auch folgendermaßen berechnet werden $Var(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$
- $Y = aX + b \Rightarrow Var(Y) = Var(aX+b) = a^2 Var(X)$, $\sigma_Y = |a| \sigma_X$
- $X_1, \dots, X_n$ ZV, $a_1, \dots, a_n$ Konstanten

  $\Rightarrow Var(a_1 X_1 + \dots + a_n X_n) = a_1^2 Var(X_1) + \dots + a_n^2 Var(X_n)$

- Für $X \sim B(n; p)$ gilt $E(X) = n \cdot p$, $Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$

Stetig:

- X besitzt Erwartungswert, wenn $\int_{-\infty}^{\infty} |x| \cdot f(x)dx < \infty$
- Falls $E(X)$ existiert, gilt $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$
- $g(x)$ reelle Funktion, $Y = g(X) \Rightarrow E(Y) = E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$
- $Y = aX + b \Rightarrow E(Y) = a E(X) + b$
- $X_1, \dots, X_n$ ZV, $a_1, \dots, a_n$ Konst. $\Rightarrow E(a_1X_1 + \dots + a_nX_n) = a_1 E(X_1) + \dots + a_n E(X_n)$
- Existiert $E(X)$ und auch $E(X^2)$ so existiert $Var(X)$
- $\sigma^2 = Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$ mit $\mu = E(X)$, $\sigma = +\sqrt{Var(X)}$
- $Var(X) = E((X-\mu)^2) = E(X^2) - \mu^2$
- $Y = aX + b \Rightarrow Var(Y) = a^2 Var(X)$, $\sigma_Y = |a| \sigma_X$
- $X_1, \dots, X_n$ ZV, $a_1, \dots, a_n$ Konst. $\Rightarrow Var(a_1X_1 + \dots + a_nX_n) = a_1^2 Var(X_1) + \dots + a_n^2 Var(X_n)$
- Für $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ gilt $E(X) = \mu$, $Var(X) = \sigma^2$