Blatt 3 – Verteilungen

Diskrete:

- Gleichverteilung: alle Werte, die X annimmt, haben die gleiche Verteilung:
  Kann X $x_1, \dots, x_n$ annehmen, dann gilt $P(X=x_i) = \frac{1}{n}$
- Geometrische Verteilung:
  Wiederholung des gleichen Bernoulli-Experiments bis Erfolg eintritt, wobei $P(\text{Erfolg}) = p$
  Dann ist $X :=$ "Anzahl der Versuche bis zum ersten Mal Erfolg eintritt" geometrisch verteilt $(X \sim G(p))$:
  $P(X=k) = (1-p)^{k-1} p \quad \forall k \in \mathbb{N}$
- Binomialverteilung:
  Bernoulli-Experiment mit $P(\text{Erfolg}) = p$ wird n-mal wiederholt
  Dann ist $X :=$ "Anzahl der Erfolge" binomialverteilt $(X \sim B(n,p))$:
  $$f(k) = \begin{cases} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} & k = 0, \dots, n \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
- Poisson-Verteilung:
  X ist poissonverteilt mit Parameter $\lambda > 0$ $(X \sim Po(\lambda))$, wenn X die Wahrscheinlichkeitsfunktion
  $$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & x \in \mathbb{N}_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Stetige:

- Exponentialverteilung:
  ZV X mit Parameter λ ist exponentialverteilt
  ($X \sim Ex(\lambda)$), wenn
  $$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

- Normalverteilung:
  X ist normalverteilt mit Parametern $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$
  ($X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$), wenn
  $$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad x \in \mathbb{R}$$

  teilweise Gauß-Verteilung genannt

- Standardnormalverteilung:
  X ist normalverteilt mit $\mu = 0$, $\sigma^2 = 1$ ($X \sim N(0,1)$)
  In diesem Fall wird die Dichte oft mit $\phi(x)$
  und die Verteilungsfunktion mit $\Phi(x)$ bezeichnet

- $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ kann standardisiert werden indem
  man $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ nutzt. Z ist dann $N(0,1)$-verteilt

  $P(X \leq x) = P(Z \leq \frac{x-\mu}{\sigma}) = \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$