Grenzwerte

Der Grenzwert einer Funktion an der Stelle a, ist der Wert, dem sich die Funktion in der Umgebung von a annähert, er wird mit $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ bezeichnet.

Ist f(a) definiert, so gilt $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$.

Ist f(a) nicht definiert, so kann der Grenzwert z.B. mit den folgenden Grenzwertsätzen gefunden werden:

- $\lim\limits_{x\to a} (f(x)+g(x)) = \lim\limits_{x\to a} f(x) + \lim\limits_{x\to a} g(x)$
- $\lim\limits_{x\to a} (f(x)\cdot g(x)) = \lim\limits_{x\to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to a} g(x)$
- $\lim\limits_{x\to a} (c\cdot f(x)) = c \cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$
- $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$
- $\lim\limits_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to a} f(x)^n = (\lim\limits_{x\to a} f(x))^n$
- $\lim\limits_{x\to a} c^{f(x)} = c^{\lim_{x\to a} f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to a} \log_c(f(x)) = \log_c(\lim\limits_{x\to a} f(x))$
- $\lim\limits_{x\to a} |f(x)| = |\lim\limits_{x\to a} f(x)|$

Zudem kann bei Brüchen mit Nenner 0 gekürzt werden, um einen Nenner $\neq 0$ zu bekommen. Z.B.:

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x\to 2} \frac{1}{(x+3)} = \frac{1}{2+3} = \frac{1}{5}$$

Regel von de L'Hospital

Ergibt sich für eine Funktion $\frac{f(x)}{g(x)}$ wenn a eingesetzt werden würde $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ oder $\frac{-\infty}{-\infty}$, so gilt

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$