

Tabellarischer Beweis für Mengen

$$(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C)$$

\in	A	B	C	$A \Delta B$	$(A \Delta B) \cap C$	$A \cap C$	$B \cap C$	$(A \cap C) \Delta (B \cap C)$
	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Ja	Ja	Nein
	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein
	Ja	Nein	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Ja
	Ja	Nein	Nein	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein
	Nein	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Ja	Ja
	Nein	Ja	Nein	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein
	Nein	Nein	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein
	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein

Für jede mögliche Position eines Elementes im Universum U bezüglich der Teilmengen $A, B, C \subseteq U$ ist eine Zeile angegeben. Die entsprechenden Spalten A, B, C geben die Position an. Alle weiteren Spalten geben an, ob das Element ebenso in der entsprechenden Menge (Spaltenüberschrift) enthalten sind.

Beispiel: Zeile 6;

Das Element ist in der Menge B enthalten, nicht jedoch in den Mengen A, C . Daraus folgt, es ist in der symmetrischen Differenz von A und B enthalten. Also Ja. Da es jedoch nicht in C enthalten ist, ist es auch nicht im Schnitt der symmetrischen Differenz A, B mit der Menge C , also Nein. etc.

Vollständige Induktion

IV (Induktionsvoraussetzung)

$$3 + 7 + 11 + \dots + (4n - 1) = 2n^2 + n$$

IA (Induktionsanfang)

Mit $n = 1$ ergibt sich aus der IV:

$$(4 \cdot 1 - 1) = 3 = 2 \cdot 1^2 + 1$$

Also gilt der IA.

IS (InduktionsSchritt)

Zu zeigen ist:

$$3 + 7 + 11 + \dots + (4n - 1) + (4(n + 1) - 1) = 2(n + 1)^2 + (n + 1)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{23 + 7 + 11 + \dots + (4n - 1)} + (4(n + 1) - 1) &= \text{(IV einsetzen)} \\
 2n^2 + n + (4(n + 1) - 1) &= \text{(Klammern auflösen)} \\
 2n^2 + n + 4n + 4 - 1 &= \text{(zusammenrechnen)} \\
 2n^2 + 5n + 3 &= \text{(n+1 herausziehen)} \\
 \underline{2n^2 + 4n + 2} + n + 1 &= \text{(2 ausklammern)} \\
 2(n^2 + 2n + 1) + n + 1 &= \text{(binomische Formel)} \\
 2(n + 1)^2 + (n + 1) &
 \end{aligned}$$

q.e.d.