

Lineare Gleichungssysteme

9.1 Löse folgende Gleichungssysteme!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x_1 + x_2 + 2x_3 &= 9 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 5x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 2x + y - 2z &= 10 \\ 3x + 2y + 2z &= 1 \\ 5x + 4y + 3z &= 4 \end{aligned}$$

◁

9.2 Untersuche die Lösbarkeit folgender Gleichungssysteme!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x_1 - x_2 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 2 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= 4 \end{aligned}$$

◁

9.3 Bestimme alle Lösungen der Gleichungssysteme!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x_1 + x_2 + x_3 &= 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 5 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 &= -2 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 - x_4 &= 11 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 + 2x_4 &= 5 \end{aligned}$$

◁

9.4 Bestimme sämtliche Lösungen der Gleichungssysteme!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 7 \\ x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 8 \\ x_3 + 2x_4 + 5x_5 &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \\ x_3 + x_4 + x_5 &= 3 \\ x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 6 \end{aligned}$$

◁

9.5 Untersuche, ob folgende Gleichungssysteme eine Lösung haben!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 11 \\ & 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 19 \\ & 3x_1 + 6x_2 - 5x_3 = 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 3x + 4y + 2z = 5 \\ & 2x + 3y + 5z = 7 \\ & 19x + 27y + 31z = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ & \quad \quad x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0 \\ & 2x_1 \quad \quad + 3x_3 + 3x_4 = 1 \\ & 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 9x_4 = 0 \end{aligned}$$

◁

9.6 Bestimme alle Lösungen des folgenden homogenen Gleichungssystems!

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

◁

9.7 Gegeben sei

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad x + 2y - 3z = -1 & \text{b)} \quad 3x - y + z = 1 \\ \quad 3x - y + 2z = 7 & \quad 7x + y - z = 6 \\ \quad 5x + 3y - 4z = 2 & \quad 2x + y - z = 2 \end{array}$$

i) Sind die Gleichungssysteme lösbar? – Warum bzw. warum nicht?

ii) Wie lauten die Lösungen der zugehörigen homogenen Systeme?

◁