Blatt 2

- Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A unter der Bedingung, dass B bereits eingetroffen ist
  $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$
  $\Leftrightarrow P(A\cap B) = P(A|B)\cdot P(B)$
- Gilt $P(A|B) = P(A)$ so ist A von B unabhängig
- Allgemeine Definition: A und B sind genau dann stochast. unabhängig, wenn $P(A)\cdot P(B) = P(A\cap B)$
- Beispiel: Ziehen mit Zurücklegen $\Rightarrow$ unabhängig
  Ziehen ohne Zurücklegen $\Rightarrow$ abhängig
- Bei mehr als 2 Ereignissen $A_1, \dots, A_n$ gilt:
  $A_1, \dots, A_n$ sind paarweise unabhängig
  $\Leftrightarrow P(A_i \cap A_j) = P(A_i)\cdot P(A_j)$ für $i,j \in 1,\dots,n$; $i \neq j$
  $A_1, \dots, A_n$ sind total unabhängig
  $\Leftrightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot \ldots \cdot P(A_n)$
- Achtung: $A_1, \dots, A_n$ können paarweise unabhängig sein ohne total unabhängig zu sein
- Satz der totalen Wahrscheinlichkeit:
  $A_1, \dots, A_n$ disjunkte Zerlegung von Ω ($\dot{\bigcup}_{i=1}^{n} A_i = \Omega$, $A_i \cap A_j = \emptyset$ $_{i \neq j}$)
  Dann gilt $\forall B \subseteq \Omega$ $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i)\cdot P(A_i)$
- Satz von Bayes: $P(A|B) = \frac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B)}$

Aufgabe: Es geht um Unfälle in einem Zeitraum von 2 Jahren. Im 1. Jahr haben 72% keinen Unfall, im 2. Jahr nur 44%.. Von den Autofahrern, die im 2. Jahr keinen Unfall hatten, hatten 50% einen Unfall im 1. Jahr.

Berechne P(2. Jahr kU | 1. Jahr Unfall)!

$P(1kU) = 0{,}72$

$P(2kU) = 0{,}44$

$P(1U) \overset{\text{komplement}}{=} 1 - P(1kU) = 0{,}28$

$P(1U \mid 2kU) = 0{,}5$

$$P(2kU \mid 1U) \underset{\text{Bayes}}{=} \frac{P(1U \mid 2kU) \cdot P(2kU)}{P(1U)} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}44}{0{,}28} = \frac{11}{14} \approx \underline{78{,}57\%}$$